

수 학

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x$ 의 값은? [2.1점]

- ① 0
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2

2. 함수 f 가 $x > 1$ 일 때 $f''(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$,
 $f'(3) = 2\sqrt{2}$ 을 만족시킨다. $x \in [2, 4]$ 일
때 f 의 그래프의 길이는? [2.1 점]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 9

3. 함수 $f(x) = \frac{(x^3 + 2)^2 e^{4x} \cos(5 \tan x)}{\sqrt{x^3 + 1}}$ 에
대해 $f'(0)$ 의 값은? [2.1 점]

- ① 16
- ② 12
- ③ 8
- ④ 4

4. $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx$ 의 값은? [4.1 점]

- ① $\frac{\pi}{2}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{8}$
- ④ $\frac{\pi}{16}$

5. $w = x^2 + y^2 + 2z^2$, $x = e^{2t}$, $y = \cos t$,
 $z = \sin t$ 일 때, $t = \frac{2}{3}\pi$ 에서 $\frac{dw}{dt}$ 의 값은?

[2.1 점]

① $4e^{\frac{8}{3}\pi} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

② $4e^{\frac{8}{3}\pi} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $4e^{\frac{8}{3}\pi} + \frac{1}{2}$

④ $4e^{\frac{8}{3}\pi} - \frac{1}{2}$

6. 열린구간 $(-2, 2)$ 에서 $f(x) = \llbracket x^3 - 3x \rrbracket$
 의 불연속인 점의 개수는? (단, 기호 $\llbracket \rrbracket$ 는
 최대정수함수) [3.8 점]

① 10

② 11

③ 12

④ 13

7. $y(x)$ 가 $y^2 \frac{dy}{dx} + \frac{y^3}{x} = \frac{2}{x^2}$, $y(1) = 2$ 의 해

일 때, $y\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? (단, $x > 0$) [3.8 점]

① $46^{1/3}$

② $43^{1/3}$

③ $37^{1/3}$

④ $35^{1/3}$

8. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 일 때, 극곡선 $r = 8 \sin^3\left(\frac{\theta}{3}\right)$ 의
 길이는? [4.1 점]

① π

② $\pi - 3$

③ $\pi + 3$

④ 2π

9. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ 일 때,

$Ax = b$ 의 최소제곱해를 \hat{x} 라 하자. \hat{x} 의 모든 성분의 합은? [4.1 점]

- ① -2
- ② 1
- ③ 3
- ④ 5

10. $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ 은 $x = 3$ 일 때 수렴하고 $x = -5$

일 때 발산한다. 다음 <보기>의 급수 중 수렴하는 급수의 개수는? [3.8 점]

————— <보기> —————

㉠. $\sum_{n=0}^{\infty} c_n$

㉡. $\sum_{n=0}^{\infty} c_n 6^n$

㉢. $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (-2)^n$

㉣. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n c_n 8^n$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

11. 행렬 $P = \begin{pmatrix} a & \frac{4}{3\sqrt{5}} & c \\ b & \frac{2}{3\sqrt{5}} & d \\ 0 & \frac{5}{3\sqrt{5}} & e \end{pmatrix}$ 는 행렬

$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 를 직교대각화

(orthogonally diagonalize)한다.

$a+b+c+d+e$ 의 값은? (단, a, c 는 양수)

[5.6 점]

- ① $-\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{5}}$
- ② $-\frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{5}}$
- ③ $\frac{1}{3} + \frac{1}{\sqrt{5}}$
- ④ $\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{5}}$

12. S 가 곡면 $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 과 평면 $z = 0$ 에 의하여 둘러싸인 입체영역 E 의 경계일 때, $F(x, y, z) = z^2 \mathbf{k}$ 에 대해 $\iint_S F \cdot dS$ 의 값은? [3.8 점]

- ① 8π
- ② 9π
- ③ 10π
- ④ 12π

13. $f(x, y) = \tan^{-1}(xy) + 2024xe^{y^2-1}$ 에 대해 $\int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx dy$ 의 값은? [4.1 점]

- ① $\frac{\pi}{4} - 2023 + \frac{2024}{e}$
- ② $\frac{\pi}{4} + 2025 - \frac{2024}{e}$
- ③ $\frac{\pi}{4} + 2024 - \frac{2024}{e}$
- ④ $\frac{\pi}{4} + 2024 + \frac{2024}{e}$

14. 유클리드 내적을 갖는 공간 \mathbb{R}^3 에서 그람-슈미트 방법을 이용하여 기저벡터 $u_1 = \langle 1, 1, 1 \rangle$, $u_2 = \langle 0, 1, 1 \rangle$, $u_3 = \langle 0, 0, 1 \rangle$ 을 직교기저

$$v_1 = \langle 1, 1, 1 \rangle, v_2 = \left\langle -\frac{1}{3}, a, b \right\rangle,$$

$v_3 = \left\langle -\frac{1}{2}, c, d \right\rangle$ 로 변환했을 때,

$3a + 2b + 2c + d$ 의 값은? [4.3 점]

- ① $\frac{4}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{7}{6}$
- ④ $\frac{3}{2}$

15. 미분 방정식 $y'' + 9y = 2 \sin 3x$ 의 해가 $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{5}{3}$ 를 만족할 때,

$y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은? [4.3 점]

- ① π
- ② 1
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $-\frac{2}{3}$

16. $0 \leq x \leq 4$, $-2 \leq y \leq 2$ 인 직사각형에서 정의된 함수

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + 4y^2 - 4x - 2y + 24$$

의 최댓값이 M , 최솟값이 m 일 때,

$M + m$ 의 값은? [4.3 점]

- ① 77
- ② $\frac{311}{4}$
- ③ 80
- ④ 다른 보기 중에 답이 없음

17. 다음 <보기>의 급수 중 수렴하는 급수의 개수는? [5.6 점]

<보기>

㉠. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^{n^2}}$

㉡. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$

㉢. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln \ln n}}$

㉣. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln n}{(n+1)^3}$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

18. $\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy$ 의 값은?

[4.1 점]

- ① $\frac{\pi}{5}$
- ② $\frac{\pi}{5} \ln 5$
- ③ $\frac{\pi}{6} \ln 5$
- ④ $\frac{\pi}{8} \ln 5$

19. 유클리드 공간 \mathbb{R}^4 에서 다음 <보기> 중 일차독립인 벡터의 집합의 개수는? [4.3 점]

<보기>

ㄱ. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}^T \right\}$

ㄴ. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}^T \right\}$

ㄷ. $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}^T, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}^T \right\}$

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3

20. $\int_0^1 (\tan^{-1} x)^2 dx - \int_0^1 (\cot^{-1} x)^2 dx$ 의 값은? [4.3 점]

- ① $-\frac{\pi}{2} \ln 2$
- ② $-\frac{\pi}{4} \ln 2$
- ③ $\frac{\pi}{3} \ln 2$
- ④ $\frac{2\pi}{3} \ln 2$

21. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 의 모든

주대각성분의 합은? [4.1 점]

- ① 36
- ② 38
- ③ -38
- ④ -36

22. 점 $(2, 2, 1)$ 에서 두 곡면 $x^2 - y^2 + z^2 = 1$, $x + y + z = 5$ 의 교선에 대한 접선의 대칭 방정식이

$\frac{x-2}{a} = y-2 = \frac{z-1}{b}$ 이다. $|a+b|$ 의 값은? [4.1 점]

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3

23. 직선 $y = 4x$ 와 곡선 $y = x^3$ 으로 둘러싸인 1사분면 위의 영역을 직선 $y = 4x$ 에 대해 회전시켜 생기는 입체도형의 부피는?

[5.6 점]

- ① $\frac{2^8 \pi}{105 \sqrt{17}}$
- ② $\frac{2^9 \pi}{105 \sqrt{17}}$
- ③ $\frac{2^{10} \pi}{105 \sqrt{17}}$
- ④ $\frac{2^{11} \pi}{105 \sqrt{17}}$

24. xy 평면 \mathbb{R}^2 의 영역

$D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ 에 대해 (x, y) 와 D 사이의 거리를 $f(x, y)$ 라 하자.

$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-f(x, y)} dA$ 의 값은? [5.6 점]

- ① $2\sqrt{2} + 1 + \pi$
- ② $2\sqrt{2} + 2 + \pi$
- ③ $4\sqrt{2} + 1 + 2\pi$
- ④ $4\sqrt{2} + 2 + 2\pi$

25. 점 $(0, 4, 4)$ 에서의 곡선

$r(t) = \ln t \mathbf{i} + (t^2 + 3t) \mathbf{j} + 4\sqrt{t} \mathbf{k}$ 의 가속도 벡터의 접선 성분과 법선 성분의 합은?

[3.8 점]

- ① $\frac{5 + \sqrt{129}}{30 \sqrt{30}}$
- ② $\frac{5 + \sqrt{153}}{30 \sqrt{30}}$
- ③ $\frac{7 + \sqrt{115}}{\sqrt{30}}$
- ④ $\frac{7 + \sqrt{131}}{\sqrt{30}}$